

**ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
“ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ”
МІНІСТЕРСТВА ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
Кафедра математичного аналізу**

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Проректор з науково-педагогічної та навчальної роботи

Н.А. Грозовська
(підпис) (ініціали, прізвище)

« ____ » _____ 20__ р.

Навчальна програма курсу

ТЕНЗОРНИЙ АНАЛІЗ

(за вимогами кредитно-модульної системи)

Освітньо-кваліфікаційний рівень: бакалавр

Галузь знань: 0402 - «Фізико-математичні науки»

Напрямок підготовки: 6.040201 - «Математика»

Статус курсу: фаховий

Запоріжжя 2012

Тензорний аналіз: Навчальна програма курсу – Запоріжжя: ЗНУ, 2012. – 6 с.

Укладач Клименко М.І, к.ф.-м.н, доцент, Стреляев Ю.М., старший викладач

Ухвалено на засіданні
кафедри.....
протокол № _____
від “ ____ ” _____ 2012 р.
Зав. кафедрою _____
к.т.н., доцент Гребенюк С.М.

I. ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Програма з курсу «Тензорний аналіз» відповідає навчальному плану.

Курс «Тензорний аналіз» є необхідною складовою частиною базової теоретичної підготовки студента-математика та основою для подальшого вивчення спеціальних дисциплін.

Він дає можливість засвоїти основні теоретичні відомості, практичні вміння та навички з курсу «Тензорний аналіз».

Курс «Тензорний аналіз» розрахований на студентів 4 курсу математичного факультету напряму підготовки «Математика».

Курс «Тензорний аналіз» складається з 2 навчальних модулів.

II. МЕТА ТА ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОГО КУРСУ

1. Мета курсу

Викладання тензорного аналізу на математичному факультеті університету має на меті: формування особистості студентів, розвиток їхнього інтелекту і здібностей до логічного мислення; навчання основним математичним методам, необхідним для аналізу і моделювання процесів і явищ при пошуку оптимальних рішень і чисельної реалізації цих рішень, методом обробки й аналізу результатів чисельних і натурних експериментів.

2. Основні завдання курсу

Розглянути основні поняття векторної і тензорної алгебри, поняття тензорних полів і тензорний аналіз, інтегральні теореми. Всі операції розглянути в ортогональних системах координат та дати узагальнення на випадок довільної криволінійної системи координат, навчити студентів користуватися векторним та тензорним виглядом основних теорем та формул.

За підсумками вивчення курсу студент повинен **знати**: основні поняття і теореми векторного і тензорного аналізу, основи гідромеханіки, теорії пружності, газової динаміки.

вміти: вільно володіти апаратом тензорного числення, користуватися векторним та тензорним виглядом основних теорем та формул, застосовувати отриманні знання до розв'язування прикладних задач фізики і механіки.

III. МІЖДИСЦИПЛІНАРНІ ЗВ'ЯЗКИ

Для опанування матеріалів даної дисципліни необхідне вивчення дисципліни: «Математичний аналіз», «Векторна алгебра», «Аналітична геометрія», «Диференціальні рівняння»

В свою чергу дана дисципліна потрібна при вивченні таких дисциплін як, «Диференціальна геометрія», «Механіка суцільних середовищ», «Теоретична механіка».

IV. ЗМІСТ КУРСУ

Модуль 1. Векторна і тензорна алгебра.

Тема 1. Основні елементи векторної алгебри.

Основні операції над векторами та їх властивості. Лінійна залежність векторів. Векторний базис. Розклад вектора за базисними векторами. Поняття ортонормованого базису. Взаємні базиси та їх властивості. Контраваріантні і коваріантні компоненти вектора. Закон перетворення компонент вектора як основа аналітичного визначення вектора. Зв'язок між коваріантними й контраваріантними компонентами вектора. Метричний тензор та його властивості. Ортогональні базиси. Прямокутна декартова система координат.

Тема 2. Поняття тензора. Закон перетворення компонент тензора.

Приклади тензорів. Властивості тензорів.

Часткові випадки тензорів у тривимірному просторі. Скаляр і вектор як тензори нульового і першого рангу. Означення тензора в загальному випадку. Закон перетворення компонент тензора. Розклад тензора за векторами. Фізичні компоненти тензора. Тензор напружень та тензор моментів інерції як фізичні приклади тензорів другого рангу. Метричний тензор.

Тема 3. Криволінійні координати. Ортогональні системи координат.

Радіус-вектор точки. Способи завдання координат у просторі. Координатні поверхні та координатні лінії. Поняття криволінійних координат. Локальний базис криволінійної системи координат. Елементи простору в криволінійних координатах. Ортогональні системи координат. Коефіцієнти Ламе та їх геометричний зміст. Циліндрична та сферична системи координат як приклади ортогональних криволінійних систем координат.

Тема 4. Операції над тензорами. Головні осі тензора. Інваріанти тензора.
Визначення операцій додавання, множення, згортки, симетрування та альтернування тензорів. Головні осі та інваріанти тензора другого рангу. Приведення тензора до головних осей. Шаровий тензор і девіатор тензора другого рангу.

Модуль 2. Векторний і тензорний аналіз.

Тема 5. Тензорні поля. Скалярні і векторні поля та їх характеристики.
Поняття тензорного поля. Стаціонарні і нестаціонарні тензорні поля. Фізичні та геометричні приклади тензорних полів. Тензор-функція скалярного аргументу та її похідна. Скалярні поля та їх характеристики. Поверхні рівня скалярного поля. Градієнт скалярного поля в точці. Властивості градієнта. Векторні поля та їх характеристики. Потік, дивергенція, циркуляція та ротор векторного поля.

Тема 6. Інтегральні теореми векторного аналізу. Диференціальні операції першого і другого порядку. Дії з оператором «набла».

Теореми Остроградського та Стокса у векторному вигляді. Диференціальні операції першого і другого порядків. Оператор Лапласа і гармонічні функції. Оператор Гамільтона набла та його властивості. Застосування оператора набла до добутків скалярних і векторних полів.

Тема 7. Спеціальні види векторних полів.

Потенціальне векторне поле. Критерій потенціальності векторного поля. Визначення скалярного потенціалу поля. Фізичні приклади потенціальних полів. Соленоїдальне векторне поле. Критерій соленоїдальності. Визначення векторного потенціалу поля. Лапласове векторне поле. Критерій гармонічності поля. Основна теорема векторного аналізу.

Тема 8. Елементи тензорного аналізу. Коваріантне диференціювання тензорів.

Поле тензора другого рангу. Потік тензорного поля. Приклади обчислення потоку тензорного поля. Похідна тензорного поля в точці за напрямом. Коваріантне диференціювання тензора другого рангу. Символи Кристофеля.

V. ЛІТЕРАТУРА

Основна:

1. Борисенко А. И., Тарапов И. Е. Векторный анализ и начала тензорного исчисления. – Х.: Вища шк., 1986. – 216 с.
2. Кеплер Х., Киричевский В. В., Ковнеристов Г. Б. Основы тензорного исчисления и его применение в механике твердого тела. – К.: КИСИ, 1992. – 183 с.
3. Кильчевский Н. А. Основы тензорного исчисления с применением в механике. – К.: Наук. Думка, 1972. – 148 с.
4. Киричевский В. В. Основы тензорного исчисления и его приложения к задачам механики / Методические указания. - Ворошиловград, 1989. – 94 с.
5. Киричевский В. В., Кудря В. І., Стреляев Ю. М. Основы тензорного аналізу. Навчальний посібник для студентів математичного факультету. – Запоріжжя: ЗНУ, – 2005. – 88 с.
6. Кудря В. І., Стреляев Ю. М. Методичні вказівки до типового завдання з курсу “Основы векторного і тензорного аналізу”. – Запоріжжя: ЗДУ, 1999. – 35 с.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. – М.: Наука, 1973. – 468 с.
8. Очан Ю. С. Сборник задач по методам математической физики. – М.: Высш шк., 1973. – 192 с.

Додаткова:

1. Дубовин Б. А., Новиков С. П., Фоменко А. Т. Современная геометрия: методы и приложения. – М.: Наука, 1979. – 986 с.
2. Киричевский В. В., Копылова Н. А. Курс высшей математики. – К.: Наук. думка, – 1998. – 572 с.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. – М.: Гостехиздат, 1954. – 567 с.
4. Победря Б.Е. Лекции по тензорному анализу. – М.: Изд-во гос.ун., 1974. – 206 с.
5. Седов Л. И. Механика сплошной среды. – М.: Наука, 1976. – 438 с.
6. Смирнов В. И. Курс высшей математики. Т. 2. – М.: Гостехиздат, 1951. – 628 с.
7. Сокольников И. Тензорный анализ. – М.: Наука, 1971. – 373 с.
8. Стреляев Ю.М, Клименко М.І. Основы векторного і тензорного аналізу. Навчальний посібник для студентів освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» напряму підготовки «Фізика». – Запоріжжя: ЗНУ, 2012. – 69 с.